

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет почвоведения



УТВЕРЖДАЮ
и.о. декана факультета
почвоведения
П.В. Красильников
«09» апреля 2025 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ (ФОС)
для оценивания результатов обучения
по дисциплине (модулю):
12 Б-ОН Математика

Направление подготовки:
05.03.06 Экология и природопользование

Москва 2025

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математика» разработан на основе ОС по специальности/направлению подготовки 05.03.06 «Экология и природопользование», утвержденного приказом по МГУ от 30.12.2020 № 1368 (в действующей редакции)

1. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля) Высшая математика

Компетенции выпускников (коды)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с индикаторами достижения компетенций
<p>Б-ОПК-1. Способен для решения профессиональных задач использовать основные закономерности в области математики, физики, химии, наук о Земле, биологии и экологии, прогнозировать последствия своей профессиональной деятельности.</p>	<p>Б-ОПК-1.1. Использует базовые знания в области математики для обработки информации и анализа данных в области экологии и природопользования</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и теоремы аналитической геометрии и линейной алгебры для формализации исходных данных (векторы, матрицы, определители); - методы дифференциального и интегрального исчисления для анализа непрерывных данных; - основные понятия теории дифференциальных уравнений для моделирования динамики наблюдений. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять методы линейной алгебры (решение систем уравнений) для обработки результатов измерений; - использовать аппарат производных и интегралов для анализа изменений и накопленных величин по данным наблюдений. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками вычисления пределов и дифференцирования для оценки скорости изменения наблюдаемых процессов; - методами решения дифференциальных уравнений для построения прогнозных моделей на основе наблюдений. <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - структуру математических знаний как источника информации (аксиомы, теоремы, следствия); - методы системного анализа информации при решении прикладных задач (от постановки задачи к математической модели). <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - анализировать информацию из различных источников (учебная литература, справочные таблицы интегралов/производных,

		<p>математические пакеты) для выбора метода решения задачи;</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять аппарат аналитической геометрии и алгебры для преобразования информации о пространственных объектах. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками критического анализа математических текстов и формулировок теорем для корректного применения их в конкретных условиях; - методами формализации прикладной задачи в математическую модель (использование векторов, функций, дифференциальных уравнений) для последующего решения.
--	--	--

2. Оценочные средства для текущего контроля и самостоятельной работы

2.1. Текущий контроль:

Контрольная работа № 1.

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 1, \\ 2x - y - 3z = 1, \\ x + y - z = 1. \end{cases}$$

2. Найти координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон: $x + 2y = 4$ и $x + 2y = 10$ и уравнение одной из диагоналей: $y = x + 2$.

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $(0; -5; 0)$ и $(0; 0; 2)$ и перпендикулярной плоскости $x + 3y + z - 1 = 0$.

4. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки

$$(2; 1; 0) \text{ на прямую } \begin{cases} x = 3z - 1, \\ y = 2z. \end{cases}$$

5. Написать уравнение эллипса, имеющего вершины в фокусах, а фокусы в вершинах гиперболы

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

Контрольная работа № 2.

I. Построить графики функций :

1. $y = 2^{\frac{x}{x-1}}$

2. $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \pi x\right)$

3. $y = \frac{1}{2 \arcsin \frac{x+1}{2}}$

II. Найти пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 2x - 1})$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sqrt{1+x^2} - 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 x)^{\frac{1}{\ln \cos x}}$

Контрольная работа № 6.

1. Доказать, что

$$x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2 \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) = y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \text{ если } z = x \cdot e^{-\frac{y}{x}}.$$

2. Найти экстремумы функции

$$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2.$$

Контрольная работа № 7.

Решить дифференциальные уравнения

1. $\sqrt{x^2 + 4} y' = y$

2. $y y' = 2y - x$

3. $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$

4. $y'' - 5y' + 6y = \sin 3x$.

Вопросы к коллоквиуму:

1. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
2. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей.
3. Элементы векторной алгебры. Правила действий с векторами.
4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
5. Плоскость в пространстве..
6. Прямая в пространстве.
7. Прямая на плоскости.
8. Кривые второго порядка на плоскости.
9. Предел функции. Теорема о единственности предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.
10. Бесконечно малые функции и теоремы о них.
11. Свойства функции, имеющей ненулевой предел.
12. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций, имеющих предел.
13. Переход к пределу в неравенствах.
14. Теорема о пределе «зажатой» функции. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
15. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow \infty$. Примеры.
16. Односторонние пределы. Теорема о связи предела функции и односторонних пределов.
17. Предел последовательности. Теорема о существовании предела неубывающей и ограниченной сверху последовательности.
18. Число «е».
19. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
20. Локальные свойства функций, непрерывных в точке.
21. Теоремы о пределе и непрерывности сложной функции.
22. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
23. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентностей.

Контрольная работа № 3.

1. Найти производную функции $y = 2^{\ln \operatorname{ctg} \sqrt{1+2x}}$.
2. Найти n -ю производную функции $y = \sin 3x$.
3. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.
4. Построить график функции $y = x \ln^2 x$ с исследованием.

Контрольная работа № 4.

Найти интегралы:

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x}}$
2. $\int \frac{(2-x)dx}{\sqrt{x^2+4x+29}}$
3. $\int x \ln \frac{x-1}{x+1} dx$
4. $\int \frac{dx}{\cos 3x + 2 \sin 3x}$.

Примерные варианты контрольных работ по курсу высшей математики для почвоведов, семестр 2.

Контрольная работа № 5.

1. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$
2. Вычислить $\int_0^1 \ln(x+1) dx$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = 2(1 - \cos \varphi)$.
4. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4 - x$, $x = 0$, вокруг оси OY .
5. Найти длину кривой $y = \ln \sin x$, $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

2.2. Самостоятельная работа:

Домашние задачи:

1. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}.$$

2. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x).$$

3. Найти предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{1 + 2 + 3 + \dots + n}.$$

5. Найдите максимальное значение функции

$$\log_{1/2}(x^2 - 6x + 17).$$

6. Найти экстремумы функции и построить её график:

$$y = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2.$$

7. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^3 + y^3 - 3xy.$$

8. Решите дифференциальное уравнение:

$$y' - 2xy = e^{x^2}.$$

9. Решите дифференциальное уравнение:

$$(x^2 + 2xy) dx + xy dy = 0.$$

10. Решить уравнение:

$$y'' + y' - 2y = 0.$$

11. Найти каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки

$$M_1(2, \sqrt{3}), M_2(0, 2).$$

12. Определить и построить вектор

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b},$$

если:

1. $\vec{a} = 3\vec{i}, \vec{b} = 2\vec{k};$

2. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j};$

3. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = 3\vec{j} + 2\vec{k}.$

В каждом случае найти площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} .

13. Найти объём пирамиды $ABCD$, где

$$A(-2; 2; 1), B(-1; 1; -2), C(1; 2; -3), D(0; -2; 3).$$

Вычислить объём этой пирамиды и длину её высоты DE , опущенной из вершины D на плоскость грани ABC .

1.3. Шкала и критерии оценивания

Контрольные работы подлежат оцениванию по пятибалльной шкале, при этом итоговая отметка отражает уровень усвоения материала и качество выполнения заданий.

Задачи для самостоятельной работы оцениваются в бинарном формате «решена / не решена»; при этом засчитывается только корректно оформленное и обоснованное решение.

2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

3.1. Зачет

Вопросы к теоретической части зачета, первый семестр:

1. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
2. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей.
3. Элементы векторной алгебры. Правила действий с векторами.
4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
5. Плоскость в пространстве.
6. Прямая в пространстве.
7. Прямая на плоскости.
8. Кривые второго порядка на плоскости.
9. Предел функции. Теорема о единственности предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.
10. Бесконечно малые функции и теоремы о них.
11. Свойства функции, имеющей ненулевой предел.
12. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций, имеющих предел.
13. Переход к пределу в неравенствах.
14. Теорема о пределе «зажатой» функции. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
15. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow \infty$. Примеры
16. Односторонние пределы. Теорема о связи предела функции и односторонних пределов.
17. Предел последовательности. Теорема о существовании предела неубывающей и ограниченной сверху последовательности.
18. Число «е»
19. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
20. Локальные свойства непрерывных функций. Примеры непрерывных функций.
21. Теоремы о пределе и непрерывности сложной функции.
22. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
23. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентностей.
24. Определение производной. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
25. Дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
26. Теоремы о производной суммы, разности, произведения и частного двух функций.
27. Производная сложной функции. Производная обратной функции.
28. Таблица производных.
29. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума функции.
30. Теорема Лагранжа о конечном приращении функции и ее следствия.
31. Условия возрастания (убывания) функции на промежутке.
32. Правила Лопитала.
33. Производные высших порядков. Формула Тейлора для многочлена.
34. Формула Тейлора для функции.
35. Достаточные условия локального экстремума функции.
36. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточные условия выпуклости графика функции. Точки перегиба.
37. Неопределенный интеграл. Правила интегрирования.
38. Таблица неопределенных интегралов.

3.2. Экзамен:

Вопросы к экзамену, второй семестр:

1. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости функции.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Теорема о среднем для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом.
4. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Замена переменных, интегрирование по частям в определенном интеграле.
6. Несобственные интегралы.
7. Приложения определенного интеграла.
8. Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами.
9. Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, Частные производные.
10. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости.
11. Правила дифференцирования сложной функции.
12. Производная по направлению и градиент функции.
13. Экстремум функции нескольких переменных в точке. Необходимые и достаточные условия экстремума.
14. Метод наименьших квадратов для вывода эмпирических формул.
15. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
16. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

2.3. Шкала и критерии оценивания

Оценивание результатов освоения материала осуществляется по пятибалльной шкале в соответствии со следующими критериями:

- оценка **«неудовлетворительно» (2 балла)** присваивается в случае, если обучающийся не демонстрирует достаточного понимания основного содержания курса и не способен решать базовые задачи;
- оценка **«удовлетворительно» (3 балла)** присваивается за демонстрацию навыков решения базовых задач курса;
- оценка **«хорошо» (4 балла)** присваивается за владение навыками решения базовых задач курса в сочетании со свободным воспроизведением формулировок определений и теорем дисциплины;

- оценка «**отлично**» (**5 баллов**) присваивается за комплексное владение навыками решения базовых задач курса, свободное воспроизведение формулировок определений и теорем, а также способность к самостоятельному доказательству теорем курса.

Разработчик: **Попов Алексей Николаевич**, ассистент кафедры математического анализа
Механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова